



TITLE:

# 媒質中の電磁運動量と磁場

AUTHOR(S):

森口, 治生

---

CITATION:

森口, 治生. 媒質中の電磁運動量と磁場. 物性研究 1975, 25(1): 1-12

ISSUE DATE:

1975-10-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/89074>

RIGHT:

## 媒質中の電磁運動量と磁場

静岡大・理 森 口 治 生

(8月18日受理)

このような古典的かつ巨視的な話は本誌にふさわしくないかも知れませんが、日頃物質中の電磁場の取扱いにくわしい方々の御知恵が拝借出来れば幸としますので、先年本誌にのった飯田教授の理論の一部の検討をかねて投稿させていただきます。

要点は、相対論的効果を考えれば、磁性の原因が電流であっても、磁石はクーロン型の力しか生じない。だから媒質中の磁場に関する量はすべて  $\mathbf{H}$  であらわせばよいのではないか？ということです。

## § 1. は し が き

電気分極  $\mathbf{P}$  や磁化  $\mathbf{M}$  がない時、物体にはたらく電磁力の密度は (以下単位は MKSA)

$$\mathbf{k}^0 = \rho \mathbf{E} + \mathbf{i} \times \mu_0 \mathbf{H} \quad (1)$$

で、これは電磁応力テンソル

$$T_{ik}^0 = \epsilon_0 E_i E_k - \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \delta_{ik} + \mu_0 H_i H_k - \frac{1}{2} \mu_0 H^2 \delta_{ik} \quad (2)$$

と電磁運動量密度

$$\mathbf{G}^0 = \epsilon_0 \mathbf{E} \times \mu_0 \mathbf{H} \quad (3)$$

を用いて

$$k_i = \sum_k \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} - \sum \frac{\partial G_i}{\partial t} \quad (4)$$

と書けます。閉曲面  $S$  で囲まれた領域  $V$  については

$$K_i = \iiint_V k_i dV = \iint_S T_{ik} n_k dS - \frac{d}{dt} \iiint_V G_i dV \quad (5)$$

森口治生

です。相対論的には  $\mathbf{i} \times \mu_0 \mathbf{H}$  なる力がクーロン静電力と矛盾しない（或は等価である）  
ことが言えます。ここで取り上げるのは  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{M}$  がある時これがどうなるかということで、  
多くの電磁気学や相対論のテキストにはミンコフスキーの理論が紹介されています<sup>1)</sup>。

それによると

$$T_{ik} = E_i D_k - \frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} \delta_{ik} + H_i B_k - \frac{1}{2} \mathbf{H} \cdot \mathbf{B} \delta_{ik} \quad (6)$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{B} \times \mathbf{D} \quad (7)$$

です。このミンコフスキーの理論は、ローレンツ変換に対して  $\mathbf{T}$  や  $\mathbf{G}$  が形を変えないよう  
になっていて、美学的見地からはかなり満足すべきものということになっていますが、  
問題もあります。 $\mathbf{T}$  については、一般の場合には非対称でこれから出てくる力だけでは  
角運動量保存則が満足されないこと、 $\mathbf{G}$  はエネルギー流  $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$  とつりあわない上、物理  
的にも変であることが主な点でしょう。

もともと運動量や角運動の保存というのは物質と電磁場をあわせて成立するもので、  
物質の方の運動量や力学的応力をはっきりさせなければ、全体の内どれだけが電磁的で  
あるかということがアプリアリにきまっているわけではありません。更に(5)からわかる  
ように、Total Force に対しては  $\mathbf{T}$  は表面上の値だけが有効ですから、真空中の孤立物  
体が受ける力は、真空中の応力が(2)に一致すれば、 $\mathbf{T}$  には無関係です。従って問題はは  
じめから多分に美学的要素を含んでいるわけで、“変な”ことがあっても間違っている  
とは簡単には云えません。同時に電磁的な部分だけで美しいとか美しくないと言うのも  
片手落ちです。

電磁場のない時、物質のエネルギー・運動量テンソルは対称四元テンソルとして美し  
く書くことが出来ます。角運動量保存則をいかすためには、電磁場のある時には物質側  
にも非対称性を入れなければなりません。しかし“美しい”変換に従う部分は(6)に取られ  
てしまっていますから、残りはあまり美しくありません。

というわけで、昔から反ミンコフスキー理論も大部提唱されています。ここでは主に  
運動量に着目しますと大体二つ、つまり

1.  $\epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}$  説 ( Truesdell and Toupin<sup>2)</sup>, 飯田<sup>5)</sup> )
2.  $\epsilon_0 \mathbf{E} \times \mu_0 \mathbf{H}$  説 ( Abraham<sup>1)</sup>, Laue<sup>1)</sup>, Shockley<sup>3)</sup>, Van Vleck<sup>4)</sup>, de Groot<sup>6)</sup> )

等)

になるようです。そこでこれ等の運動量から出てくる力をクーロン力との比較を中心に  
して、その差がどう説明出来るか検討して、どれがよさそうか探ってみましょう。

## § 2. 孤立物体に働く力

色々の定義を比較するには、体積力の形に書くのがよいわけですが、これは  $T$  にも依存します。しかし孤立物体全体に対する力をまず比較することにすれば、 $T$  にはよりませんから角運動量の点で問題のない対称テンソル(2)と

$$T_{ik} = \epsilon_0 E_i E_k - \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \delta_{ik} + \frac{1}{\mu_0} B_i B_k - \frac{1}{2\mu_0} B^2 \delta_{ik} \quad (8)$$

を仮にえらんで体積力を書くと次のようになります。ここで  $\rho_f = \rho - \text{div } \mathbf{P}$  です。

### 1) $\mathbf{G} = \mathbf{D} \times \mathbf{B}$ の場合

$$\mathbf{T} = (2) : \rho_f \mathbf{E} + \mathbf{i} \times \mu_0 \mathbf{H} - \mathbf{H} \text{div } \mathbf{M} - \mathbf{P} \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \times \mathbf{M} \quad (9)$$

$$\mathbf{T} = (8) : \rho_f \mathbf{E} + \left( \mathbf{i} + \frac{1}{\mu_0} \text{rot } \mathbf{M} \right) \times \mathbf{B} - \mathbf{P} \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (10)$$

### 2) $\mathbf{G} = \epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}$ の場合

$$\mathbf{T} = (2) : \rho_f \mathbf{E} + \left( \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \right) \times \mu_0 \mathbf{H} - \mathbf{H} \text{div } \mathbf{M} - \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \times \mathbf{M} \quad (11)$$

$$\mathbf{T} = (8) : \rho_f \mathbf{E} + \left( \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \frac{1}{\mu_0} \text{rot } \mathbf{M} \right) \times \mathbf{B} \quad (12)$$

(飯田理論は(2)の  $\epsilon_0 E_i E_k$ ,  $\mu_0 H_i H_k$  をそれぞれ  $E_i D_k$ ,  $H_i B_k$  に変えたもので、  
力は(11)の  $-\mathbf{E} \text{div } \mathbf{P}$ ,  $-\mathbf{H} \text{div } \mathbf{M}$  のかわりに  $\mathbf{P} \cdot \text{grad } \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{M} \cdot \text{grad } \mathbf{H}$  があらわれます。)

### 3) $\mathbf{G} = \epsilon_0 \mathbf{E} \times \mu_0 \mathbf{H}$ の場合

$$\mathbf{T} = (2) : \rho_f \mathbf{E} + \left( \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \right) \times \mu_0 \mathbf{H} - \mathbf{H} \text{div } \mathbf{M} + \epsilon_0 \mathbf{E} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \quad (13)$$

$$\mathbf{T} = (8) : \rho_f \mathbf{E} + \left( \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \frac{1}{\mu_0} \text{rot } \mathbf{M} \right) \times \mathbf{B} + \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{M}) \quad (14)$$

これだけ並べると少しゴタゴタしますが、 $-\text{div } \mathbf{M}$  は（見かけの）磁荷密度、 $-\text{div } \mathbf{P}$  は分極電荷の密度、 $\text{rot } \mathbf{M}/\mu_0$  は磁化電流（ $\mathbf{M}$ と同じ外部磁場を与える等価コイルの電流）密度ですから、問題にすべき項はそれ程多くありません。

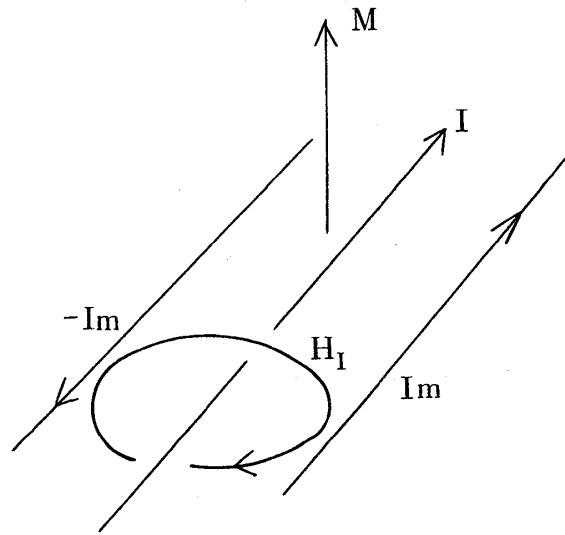
電流に対する力が  $T=(2)$  では  $\mathbf{i} \times \mu_0 \mathbf{H}$ 、 $T=(8)$  では  $\mathbf{i} \times \mathbf{B}$  となります。この反作用は前者では磁極にはたらく力  $-\mathbf{H} \text{div } \mathbf{M}$ 、後者では磁化電流にはたらく力  $\text{rot } \mathbf{M} \times \mathbf{B}/\mu_0$  に含まれるわけで、全体に対する力としてはこの差は重要ではありません。実際磁極の間の空間にある細い電流線が受ける力は、この導線の素材が鉄でも超伝導体でも（電流がなくてもはたらく磁場の不均一性による磁力を除いて）同じことです。また  $T=(2)$  の場合でも、メカニズムとしては  $\mathbf{i}$  の存在する部分の磁化  $\mathbf{M}$  が  $\mathbf{i}$  におよぼす力  $\mathbf{i} \times \mathbf{M}$  があって、この反作用が  $\mathbf{M}$  に働いているため、「電流の流れている磁石」には  $\mathbf{H}$  による部分だけが残ると考えてもよいでしょう。磁化を荷っている部分と電流を荷っている部分が別個に動くような場合、例えば磁石を帯電粒子が貫徹する場合のローレンツ力については後にふれます。

さて電磁運動量の比較にうつって、まずミンコフスキーの運動量から出てくる力(9)、(10)には分極電流  $\partial \mathbf{P}/\partial t$  が磁場で受ける力がありません。分極電流と伝導電流が磁場で異なる役割を演ずるということに物理的説明を与えるということは相当にむづかしいことです。また  $\mathbf{P}$  に対してクーロン力  $-\mathbf{E} \text{div } \mathbf{P}$ （モーメント  $\mathbf{P} \times \mathbf{E}$  の効果を除けば、 $\mathbf{P} \cdot \text{grad } \mathbf{E}$  も同じ）の外に  $-\mathbf{P} \times \partial \mathbf{B}/\partial t = \mathbf{P} \times \text{rot } \mathbf{E}$  なる力が出て来ます。これもわかりにくい力です。 $\partial \mathbf{B}/\partial t$  が円形の電力線を作っている時、この円周上に＋、－の点電荷がある場合を考えるとクーロン力とは逆向きです。また  $\mathbf{P}$  方向についての  $\mathbf{E}$  の変化だけでなく、それと直角方向の変化にもよるわけですから、単なる点電荷の対ではあられない、何かひろがりをもったようにふるまうことになります。大変非電氣的な力です。ハミルトニアンとかラグランジアンとか、そもそもよくわからないものを適当に仮定すると、ミンコフスキーの理論が出てくるから、それでよいのだという議論もありますが、これは説明になりません。 $\mathbf{D} \times \mathbf{B}$  をとれば出てくるからこの力は実在する、というのと論理的にどちらがうのか私にはわかりません。実は上のような性質は“閉磁流”が示す性質であることがわかります。

$\mathbf{M}$  も同じような非クーロンの磁気力  $-\partial \mathbf{D}/\partial t \times \mathbf{M}$  を受けますが、(10)を見ると、これを合わせて  $\mathbf{M}$  は電流と等価になっているわけです。

どうも電磁運動量に寄与するのは  $\mathbf{D}$  でなく  $\epsilon_0 \mathbf{E}$  であると考えるのがよさそうです。後にもう一度見直すことにして、(11), (12) を見ると  $\mathbf{P}$  の非電気性は消えて、 $\partial \mathbf{P} / \partial t$  は磁場で  $\mathbf{i}$  と同じ力を受け、 $\mathbf{P}$  にはクーロン力だけがはたらいています。特に (12) は大へんすっきりしていますが、これは Truesdell 等の与えた形です。 $\mathbf{M}$  に対する非クーロン性はミンコフスキーの場合と同様です。静磁場では磁気量を考えた磁石と電流は等価でした。この差は考える必要があります。

磁石を第1図のように(マイクロ又はマクロな)磁化電流  $I_m$ ,  $-I_m$  でおきかえてみます。この間に別の伝導電流  $I$  を通じたとしますと、 $I$  の作る磁場によって  $I_m$ ,  $-I_m$  は左向きの力を受けます。 $I$  を変位電流  $\epsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t$  でおきかえても作る磁場は同じですから、同じ力を受けることになります。単位体積当りの力を  $\mathbf{M}$  を使ってあらわしたものが  $-\epsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t \times \mathbf{M}$  です。 $I_m$ ,  $-I_m$  の上の方にN極、下にS極があると考えると、この力は磁気についてのクーロン力と逆向きです。



第1図 磁化電流と回転磁場

伝導電流  $I$  の時には  $I$  に対して反作用が

ありますから、 $I$  と  $I_m$  の相対位置がかわらないような場合(磁石中の電流分布が不変)にはこの非クーロン磁気力が外にあらわれることはありませんが、変位電流では反作用が場の運動量の変化になってこの力だけが物体にはたらくことになりそうです。

だからあって当然のようですが、変位電流の場合に電場  $\mathbf{E}$  の効果を考える必要があります。これはショックレー等の論理の簡単な応用問題で、今  $\mathbf{E}$  と  $\partial \mathbf{E} / \partial t$  が共に  $I$  の方向を向いているとします。 $\mathbf{E}$  は  $I_m$  に対して正の仕事(ジュール熱の発生),  $-I_m$  に対して負の仕事(ジュール熱の吸収)をします。全く同じような事情は電池を使う時、日常起っています(第2図)。抵抗はジュール熱を発生し、電池は内部(化学)エネルギーを失います。このエネルギー流が  $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$  で与えられ、相対論的運動量  $\mathbf{E} \times \mathbf{H} / c^2$  は、静止質量分布の変化による重心の移動速度に対応するものです。電極の変化等で  $\mathbf{E}$  が増

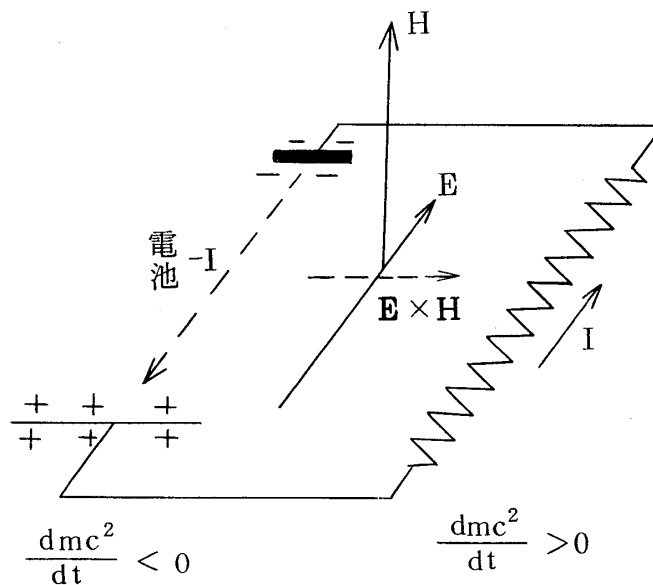
加すれば、右向きのエネルギー流  $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$  も増加し、場の運動量増加の反作用が左向きにはたります。これが変位電流  $\epsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t$  に伴う磁場がこの回路におよぼす力に外ならないわけで、電池入り回路ではこれによって、重心の移動速度が一定にたもたれます。或は重心を加速しないために幾何学的加速を生ずるといえます。

さて電場中の磁石で、磁化電流が同じようなエネルギー移動を続けていると考えてよいでしょうか。電場の中で磁石が安定に存続するものならば、このジュール熱を打消すよう

な（例えば熱伝導）エネルギー流を伴っていなければなりません。電場が変化した時には  $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$  と同時に、この補足エネルギー流も変化して磁場による力を打消してしまいます。

軌道電子モデルでは  $I_m$  側で加速された大きいエネルギーの電子が  $-I_m$  側にうつり、ここで減速されて  $I_m$  側にもどるというサイクルによってこの補足エネルギーが作られているといえます。磁石内あるいは分子磁石内にあるこの補足エネルギー流のもつ運動量を電磁的と呼ぶかどうかは別として、究極的には非クーロン磁気力  $-\epsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t \times \mathbf{M}$  が実際に効果を生ずることはないでしょう。

一方 (13) には  $\epsilon_0 \mathbf{E} \times \partial \mathbf{M} / \partial t$  なる力が登場します。この力の典型的な役割はショックレー等が示しました。磁石の磁化が変化した時、その誘導電場が近くの電荷に力を及ぼします。その反作用が磁石に対する力になるとすれば、その力がここに与えられたものになります。ヴァン・ヴレック等は粒子モデルについて力学的にこの力が出て来ることを示しました。上のような伝導電流モデルでいえば、 $I_m$  の変化も電場の中でジュール熱の変化を生じます。従って補足エネルギー流も変化しなければなりません。今の場合  $\mathbf{E}$  は不変で磁場がありませんから、この補足エネルギー流の変化の反作用はそのまま力



第2図 電池入り回路のエネルギー流

になるほかありません。

こうして相対論的效果を考慮すれば、磁性の原因が電流的なものであるとしても、電磁運動量は  $\epsilon_0 \mathbf{E} \times \mu_0 \mathbf{H}$  であるとするのが正しいと考えなければなりません。もし他の変数をえらぶとすれば、力学的運動量の中に、この補足エネルギー流がもつ運動量を加えなければなりません。しかしこの量は巨視量として観測されるような量でなく、分子磁石内のものですから、巨視変数としては、電磁運動量は  $\epsilon_0 \mathbf{E} \times \mu_0 \mathbf{H}$  であるとするのが妥当な方法でしょう。飯田教授の理論が、その電磁力がそのまま物体の加速につながるものとするならば、この相対論的效果の見落としがあるといわなければなりません。

### § 3. $\mathbf{E}$ と $\mathbf{H}$ の対称性と応力テンソル

電磁運動量が  $\epsilon_0 \mathbf{E} \times \mu_0 \mathbf{H}$  であれば、真空中の応力が(2)と一致する限り、孤立物体にはたらく力は、応力テンソルが何であっても(14)が与えるのと同じです。ここでは  $\mathbf{P}$  と  $\mathbf{M}$  は全く対称であり、力はクーロン力です。磁性の起源として電流モデルをとっても、磁石は  $-\text{div} \mathbf{M}$  なる磁荷密度(クーロンの法則に従う)と  $\partial \mathbf{M} / \partial t$  なる磁流密度(電場でショックレーの力  $\epsilon_0 \mathbf{E} \times \partial \mathbf{M} / \partial t$  を受ける)をもった物体と等価であることになります。

こう考えてくると、ミンコフスキーの運動量をとった時の、 $\mathbf{P}$  に対する非クーロン力  $-\mathbf{P} \times \partial \mathbf{B} / \partial t$  と  $\mathbf{D}$  の代りに  $\epsilon_0 \mathbf{E}$  をとった時の  $\partial \mathbf{P} / \partial t \times \mu_0 \mathbf{H}$  の関係もわかるようになります。

ミンコフスキーの分極分子は上のような力を受ける閉磁流によって作られていて、磁流が磁場によってジュール熱を発生しているようなモデルと等価です。補足エネルギー流を考えれば、電荷分布によって作られたものと同じクーロン型の電磁力を受けるものになるのです。やはり電磁運動量から  $\mathbf{D}$  を除いたのは妥当であったと考えられます。

静磁氣的に電流と磁荷の等価であることはアンペール時代の知識でした。ローレンツは分子磁石の電流モデルが  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  について対称なマクスウエルの方程式を与えることを示しました。相対論は非定常場でも  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{M}$  が対称で電流が作る磁石はクーロン磁性を示すことを保証します。運動量が  $\epsilon_0 \mathbf{E} \times \mu_0 \mathbf{H}$  であれば、エネルギー流が  $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$  であることは問題ありません。エネルギーも又  $\mathbf{P}$  と  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{E}$  と  $\mathbf{H}$  について対称です。この対称性は、物質に対して  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{M}$  なる物理量が意味をもつ最小単位ですでに成立します(量子効果が



あらわれる時は別として)。

我々は電磁応力と力学的応力を区別する絶対的規範をもっているわけではありません。(ミクロな考察によってきまる筈だという楽観的ミクロ万能論もありますが、分子間力のどれをマクロな力学的量に、どれを電磁量に対応させるかということですから、この楽観論は成立つとは思えません。) また電磁応力が直接仕事をすると考えるのは危険を伴います。しかし応力が  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  について非対称であるとする理由はもはや見当りません。少なくとも「磁性の原因が電流だから」という理由は排除されました。応力テンソルは  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  について対称なものが採用されるべきでしょう。又力がクーロンの性であるということも分子レベルで成立します。局所的にも、非クーロン性の力の出て来ないものが妥当でありましょう。この条件を満たす殆んど唯一と思われる対称テンソルは、もっとも簡単な(2)であります。

私は先に(2), (3)がミンコフスキーの理論に劣らない位簡単で、物質のふるまいを含めればそれよりむしろ美しそうな共変形式に組込めることを注意しました<sup>7)</sup>。この点でも相対論が磁気について非クーロンの要素を要求することはありません。

力だけについていえば、尚若干の非対称テンソルが可能性をもちます。しかし力は電磁的であるが、モーメントは電磁的でないとするのはやはり“変である”と思われれます。特別の理由がない限り、応力テンソルは電磁的部分も対称に選ばれるべきでしょう。飯田教授の理論の中でも、あえて非対称テンソルを選ばれた積極的理由を見出すことは私には出来ませんでした。

#### § 4. ローレンツ力とその反作用

物質中の応力や運動量に寄与する磁場が  $\mathbf{H}$  であるとする、磁石を貫徹する帯電粒子に対するローレンツ力が大体

$$e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

であることにふれておく必要があります。これを物質中の“真の”磁場が  $\mathbf{B}$  であることを証明するものとする考えも見かけます。

しかしこの事実は帯電粒子の運動を考える時、磁石を中空コイルでおきかえてよいことは意味しますが、磁石中の応力を決定する材料にはなりません。なるほど磁石を中空

コイルと同等と考えることも出来ます。この場合ローレンツ力の反作用は（電磁運動量に転化する部分を除いて）コイル即ち磁石の側面に作用するでしょう。しかし磁石を小さな中空コイルのあつまりと見て、たまたま粒子がその中に入っているコイルが力をおよぼすと考えても粒子の運動は同じです。反作用を受ける小コイルは周囲から力学的に支えられるでしょう。また小コイルの中の磁場は磁極の間の空隙と同等です。磁石の中の空隙で、空隙の周辺に出来る磁極との相互作用であると考えても同じです。巨視的物体の中で、周囲の媒質と独立なふるまいをする物体を考えるには、むしろそれが伝統的な考え方でしょう。（ローレンツの分子電場、ワイスの分子磁場）すき間の中の場合はすき間の形に依存します。

小さな物体が速度、加速度をもつ場合に有効なすき間は大体の所、速度、加速度を含む平らなすき間だと考えるのが自然でしょう。この時の電場の面内の成分、磁場の面に垂直な成分は、それぞれ媒質中の  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B}$  のその成分に等しいでしょう。周辺の媒質との相互作用の如何によっては、平でないすき間に相当する場が有効になることも考えられましょう。

ローレンツ力がこのような局所的な作用であるとすれば、物質中のローレンツ力を導くには真空中のローレンツ力(1)だけで十分です。

帯電粒子に力をおよぼしているのが、大きな磁化電流であるか、小さな磁化電流＝すき間にあらわれる磁極であるかを見るには、その反作用が側面に生ずる面荷重か、粒子の位置に生ずる点荷重かを見なければなりません。私は後者に近いと信じますが、実験的にこれを区別するにはこの荷重は余りに小さいし、変化が速すぎるでしょう。

## § 5. 電磁誘導と磁束

相対論的效果を考慮すれば、 $\mathbf{M}$  は  $\mathbf{H}$  によって完全にクーロンの力を受ける量であり、 $\mathbf{B}$  はかげがうすいということのをのべて来ました。しかし昔々、ファラデーは電磁誘導を支配するのは  $\mathbf{B}$  であることを示したとされています。ショックレーの力  $\epsilon_0 \mathbf{E} \times \partial \mathbf{M} / \partial t$  はその反作用のようでした。にもかかわらず力を支配するのが  $\mathbf{H}$  だというのは、どこかに矛盾がある筈だとおっしゃるでしょう。

そこで私は「磁束の変化によって電場が出来る」という巷間につたえられるファラデーの法則なるものの方がウソであることを証明して、ボロを看破られない内に話をおわり

森口治生

にしたいと思います。

「誘導」方程式は

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} - \frac{1}{\mu_0} \text{rot } \mathbf{E} \quad (15A)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \text{rot } \mathbf{H} - \frac{\mathbf{i}}{\epsilon_0} - \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \quad (15B)$$

と書かれます。

明らかに (A) は電場の出来方を規定した法則でなく、磁場  $\mathbf{H}$  の出来方を規定した法則です。電場の出来方を定めたのは (B) の方であります。これは小出昭一郎氏が何かに「電磁誘導で離れた場所に電場が出来るのを近接作用の立場からどう説明するか、と尋ねられて困った。」というような随筆を書いておられたのを読んで、私が半年かかって考えついた結論で、同時に時間を含む微分方程式の物理的解釈をする時の常識でもあります。

俗に言うファラデーの法則は主語と述語を入れかえなければいけません。磁場の方が起電力によって作られるのです。

実際外場のない所で磁石の  $\mathbf{M}$  が自然に変化したとしましょう。磁石が十分細長ければ反磁場は無視出来ます。俗流誘導法則によれば、どんな遠方にもすぐ電場が出来そうです。それが出来ないのは正しいファラデーの法則 (A) によって電場がなければ磁束は保存するからで、従って正しくないファラデーの法則によっても電場は出来ないのです。しかし  $\mathbf{M}$  が変化した瞬間から保存則によって  $\mathbf{H}$  が出来ます。同一場所のことですから相対論的因果律に反しません。  $\text{rot } \mathbf{H}$  が 0 でなくなるのは  $\text{rot } \mathbf{M}$  のある所、つまり磁化電流の場所です。ここに、即ち磁石の側面に (B) によって最初の誘導電場があらわれます。この電場のために (A) に従って  $\mathbf{H}$  が、(B) に従って  $\mathbf{E}$  が磁石の外にもれはじめ、場がひろがるのです。

こうして出来る磁場  $\mathbf{H}$  は、負の仕事  $\mathbf{H} \cdot d\mathbf{M}$  によって磁石から内部エネルギーをうばい、エネルギー流  $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$  を作って、これを波面の先端まで新しい場を作るためのエネルギーとしておくりつづける大切な役割を演じます。

ファラデーはこの磁場 “ $\mathbf{H}$ ” の生成を予言したのであります。これが正しいファラデーの近接作用の思想であって、それによると  $\mathbf{B}$  は何の役割も演じません。何かを制御す

るような量としての  $B$  など、はじめからなかったのです。こうして  $B$  は電磁運動量から、応力から、ローレンツ力の解釈から、そして今マクスウェルの方程式そのものから、つまり全電磁気学から完全に追放されました。

## § 6. むすび

どうもすさまじい話になってしまいました。本気にされると困りますから、本当の結論を書いておきます。

熱流等のない普通の物体が静止している時の運動量を 0 とするならば、電磁運動量密度は  $\epsilon_0 E \times \mu_0 H$  であり、この場合電磁応力も  $E$  と  $H$  のみに依存すると考えるのが妥当である。

このことは、磁性の原因が電流（的なもの）であることとは矛盾しない。しかしこの電流的なものは外部電場によってジュール熱を生成するような「断熱伝導電流」と等価ではない。

以上です。

要するにショックレー等の結論を再確認して応力テンソルにまで拡張したに過ぎないのですが、なお蛇足を加えればこのことは誘導現象の初期に出来た波面が遠くへ行った後の電場を記述するのに  $B$  が便利であり、交流や電磁石を考えるにはその方が有効であることと矛盾はしません。また媒質の内部エネルギー変化の詳細や運動エネルギーを無視出来る時、媒質とエーテルをあわせた系を  $\epsilon \approx \epsilon_0$ ,  $\mu \approx \mu_0$  なる疑似エーテルのように考えることを否定するものでもありません。しかし「磁性の真の原因は電流であり、電流が作るのは  $B$  であるから、磁場に関する量は  $B$  で記述することが本質的に正しい」という種類の論理とは相容れません。そこでこの種の議論を少し検討してみたわけですが、見落としや思わぬ間違いを冒しているかも知れません。媒質中の磁場として  $B$  を考えないと“本質的”に困ること、おかしいことになると思われることがありましたら教えていただきたいと思います。

## 文 献

- 1) ミンコフスキーの理論を紹介し、それに問題があることにもふれている古典的テキストの例として電磁気学では Becker, Sommerfeld, Stratton 等のもの、相対論

森口治生

では Pauli, Tolman, Müller 等のものがある。

- 2) C. Truesdell and R.A. Toupin: Handbuch der Physik (Springer, 1960)  
Vol III/1, p. 660.
- 3) W. Shockley and R.P. James: Phys. Rev. Letters 18 876 (1967).
- 4) S. Coleman and Van Vleck: Phys. Rev. 171 1370 (1968).
- 5) 飯田修一: 物性研究 21 1 (1973).
- 6) S. R. de Groot and L.G. Suttorp: Foundations of Electrodynamics  
(North-Holland, 1972).
- 7) H. Moriguchi: J. Phys. Soc. Japan 34 1667 (1973).